

## Übungsaufgaben mit Lösungen

# Analysis – die Funktionstypen

Exponential-Funktionen  
Sinus-, Kosinus-Funktionen  
Gebrochen-Rationale Funktionen  
Logarithmus-Funktionen  
Wurzel-Funktionen  
Polynome



Kostenlose Videos mit  
Rechenwegen  
auf **Mathe-Seite.de**

## **Kombiniere Lern-Videos mit Lern-Schriften - für bessere Noten.**

Du möchtest nicht nur die Lern-Videos schauen, sondern auch mal ein paar Übungsaufgaben rechnen oder Theorie nachlesen?

Dann nutze die kostenlosen Lern-Schriften!

Das Besondere an den Lern-Schriften ist, dass Struktur und Inhalte identisch mit den Lern-Videos auf der Mathe-Seite.de sind. Falls du also in den Lern-Schriften etwas nicht verstehst, findest du die nötigen Erklärungen im Lern-Video - am schnellsten via QR-Codes.

## **Lern-Schriften + Lern-Videos = bessere Noten**

Was dir das nützt: Dein Lernen wird wesentlich effektiver, denn du profitierst vom sogenannten "crossmedialen Effekt". Der kommt aus der Werbe-Psychologie und bewirkt, dass du die Thematik intensiver wahrnimmst, besser verstehst und länger memorierst. Das bietet übrigens nur die Mathe-Seite.de!

## **Das Mathe-Trainings-Heft (MTH)**

Das vorliegende Mathe-Trainings-Heft beinhaltet Rechenaufgaben und Lösungen speziell zur Prüfungsvorbereitung für Oberstufe und Abitur. Solltest du eine Aufgabe nicht lösen können, findest du den Rechenweg direkt per QR-Link im Lern-Video.

Zum Beispiel: Den Lösungsweg zu den Übungsaufgaben [A.42.06]

findest du online auf der Mathe-Seite.de im Kapitel [A.42.06].

Vermutlich brauchst du nicht alle der im MTH enthaltenen Mathe-Themen. Unter [www.mathe-seite.de](http://www.mathe-seite.de) > [Abi-Themen nach Bundesland](#) findest du eine Liste mit denjenigen Themen, die für dein Bundesland und deine Schulart relevant sind.

## **Weitere kostenlose Lern-Schriften auf Mathe-Seite.de**

- Die Lernbuch-Reihe – detailliertes Fachwissen in mehreren Bänden
- Die Mathe-Fibel – alles Nötige in Kompaktform
- Die Lern-Kartei-Karten – handlich und clever
- Die Formelsammlung – das unverzichtbare Nachschlagewerk
- Die Anleitungen für Grafische Taschenrechner – endlich verständlich

## A.41 | Exponential-Funktionen



### A.41.01 | Gleichungen lösen (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = e^{2x} - 4$$

$$[02] g(x) = 2e^{3x+1} - 6$$

$$[03] h(x) = 1 + 4e^{x+2}$$

$$[04] f(x) = x^2 \cdot e^{x-1}$$

$$[05] g(x) = e^x \cdot (2 - e^{1+0,5x})$$

$$[06] h(x) = (x+2) \cdot e^{-x}$$



### A.41.02 | Gleichungen lösen (Herausforderungen)

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = e^{2x} - 4e^x$$

$$[02] g(x) = -2e^{5x} + 12e^{2x}$$

$$[03] h(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$$

$$[04] f(x) = -2e^{4x} + 12e^{2x} - 18$$

$$[05] g(x) = 2e^{2x} - 4e^{-x}$$

$$[06] h(x) = e^{2x} - 2e^{-2x} + 1$$



### A.41.03 | Ableitungen (Basiswissen)

Bestimmen Sie **zwei Ableitungen** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = e^{2x} - 4e^x$$

$$[02] g(x) = 0,25e^{-6x} + e^{x+1}$$

$$[03] h_t(x) = e^{-x+t} + 2tx$$

$$[04] f(x) = e^{2x} + 2ex + 3e$$

$$[05] g_t(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{-2tx} + 2te^x$$

$$[06] h(x) = (4 - e^{0,5x})^2$$



### A.41.04 | Ableitungen (Herausforderung)

Bestimmen Sie die **Ableitungen** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = (x+2) \cdot e^{-6+x}$$

$$[02] g(x) = (3x+2) \cdot e^{2x+1}$$

$$[03] h(x) = x^2 \cdot e^{-x+3}$$

$$[04] f(x) = \frac{e^{3x} + 5}{e^x}$$

$$[05] g(x) = \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$$

$$[06] h(x) = \frac{x^2 + 1}{e^{2x} + 4}$$



### A.41.05 | Integrieren (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Stammfunktion** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = 3e^{2x} + 5$$

$$[02] g(x) = 4e^{-x+1} - e^{2x} + 2x$$

$$[03] h(x) = e^{2x} \cdot (2e^x + 4e^{-x})$$



### A.41.06 | Integrieren (Herausforderung)

Bestimmen Sie die **Stammfunktion** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = \frac{e^{3x} + 5}{e^x}$$

$$[02] g(x) = (2x+3) \cdot e^{2x}$$

$$[03] h(x) = x^2 \cdot e^{-x+3} + 6x^2$$

$$[04] f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 3}$$

$$[05] g(x) = e^{3x} \cdot (e^{3x} - 7)^2$$

$$[06] h(x) = 4x \cdot e^{x^2-2}$$



### A.41.07 | Asymptoten (= Grenzwerte)

Bestimmen Sie die **Asymptoten** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = 3 \cdot e^{2x} - 5$$

$$[02] g(x) = e^{-3x} + 2e^{-x}$$

$$[03] h(x) = x \cdot e^{x+1}$$

$$[04] f(x) = (x-1) \cdot e^{-2-4x}$$

$$[05] g(x) = 2e^{2x+1} - 2x + 3$$

$$[06] h(x) = e^x + x - 5$$



### A.41.08 | Asymptoten (Herausforderungen)

Bestimmen Sie die **Asymptoten** der folgenden Funktionen:

$$[01] f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 3}$$

$$[02] g(x) = \frac{2e^{x+3}}{e^x - 4}$$

$$[03] h(x) = \frac{e^x}{e^{2x} + 1}$$

### A.41.09 | Funktionsgleichung → Schaubild

Skizzieren Sie das Schaubild folgender Funktionen:

[01]  $f(x) = 2e^{0,5x} - 2$

[02]  $g(x) = 1 + e^{-x}$

[03]  $h(x) = 6 - e^{2x}$



### A.41.10 | Schaubild → Funktionsgleichung

[01] Die Funktion  $f(x)$  hat die Form  $f(x) = a \cdot e^{-0,5x} + b$ .

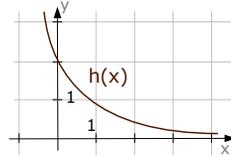
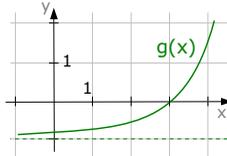
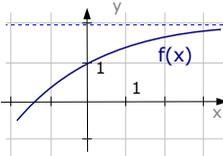
[02] Die Funktion  $g(x)$  hat die Form  $g(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{ax} - b$ .

[03] Die Funktion  $h(x)$  hat die Form  $h(x) = a \cdot e^{-x} + b$ .

Bestimmen Sie  $a$  und  $b$ .

Bestimmen Sie  $a$  und  $b$ .

Bestimmen Sie  $a$  und  $b$ .



### A.41.11 | Funktionsanalyse

[01]  $f(x) = 0,5e^{0,4x} - 0,5e^{-0,4x}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Symmetrie, c) Nullstellen, d) Extrema, e) Wendepunkte, f) das asymptotische Verhalten, g) eine Skizze.

[02]  $g(x) = (2x+6)e^{-0,5x}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Symmetrie, c) Nullstellen, d) Extrema, e) Wendepunkte, f) das asymptotische Verhalten, g) eine Skizze.

[03]  $h(x) = \frac{1}{2} \cdot (4 - e^{0,5x})^2$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Symmetrie, c) Nullstellen, d) Extrema, e) Wendepunkte, f) das asymptotische Verhalten, g) eine Skizze.



## A.42 | Trigonometrische Funktionen

### A.42.01 | Die Periode

Bestimmen Sie die **Periode** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(3x)$  [02]  $g(x) = \frac{3}{5} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x + 1\right) + 4$  [03]  $h(x) = 18 \sin\left(\frac{4}{5} \cdot (x-2)\right) - 2$



### A.42.02 | Gleichungen lösen

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(3x)$

[02]  $g(x) = 3 \cos(x+1) - 3$

[03]  $h(x) = 2 \sin(\pi \cdot x + 3)^2$

[04]  $f(x) = \sin^2(0,5x) - \sin(0,5x)$

[05]  $g(x) = 3 \cos(-2x) + \sin(-2x) \cdot \cos(-2x)$

[06]  $h(x) = \frac{\cos(x)+1}{\sin(x)+2}$



### A.42.03 | Gleichungen lösen (2.Lösung exakt bestimmen)

Bestimmen Sie alle **Nullstellen** der Funktion im Intervall I.

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(3x) + 1$  I = [0; Periode]

[02]  $g(x) = 4 \cos(x+2) - 3$  I =  $\mathbb{R}$

[03]  $h(x) = 3 \cdot \sin(0,1x + \pi) + 2$  I =  $[-20\pi; 20\pi]$





#### A.42.04 | Ableitungen (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Ableitung** der folgenden Funktion:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(3x)$    [02]  $g(x) = \frac{3}{5} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x + 1\right) + 4$    [03]  $h(x) = -18 \sin\left(\frac{4}{5} \cdot (x-2)\right) - 2$



#### A.42.05 | Ableitungen (Herausforderungen)

Bestimmen Sie die **Ableitung** der folgenden Funktion:

[01]  $f(x) = 2(\sin(\pi \cdot x + 3))^2$    [02]  $g(x) = \sin^2(0,5x) - \sin(0,5x)$   
[03]  $h(x) = x^2 \cdot \sin(2x)$    [04]  $j(x) = \sin(x) \cdot [1 - \cos(2x)]$



#### A.42.06 | Integrieren (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Stammfunktion** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(3x) + 1$    [02]  $g(x) = 4 \cos(x+2) - 3$    [03]  $h(x) = 3 \cdot \sin(0,1x + \pi) + 2x^3$



#### A.42.07 | Integrieren (Herausforderung)

Bestimmen Sie die **Stammfunktion** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2(x)}$    [02]  $g(x) = x \cdot \sin(2x)$    [03]  $h(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$



#### A.42.08 | Grundfunktion: $a \cdot \sin(b[x-c]) + d$ bzw. $a \cdot \cos(b[x-c]) + d$

Beschreiben Sie die **Lage und Form** der folgenden Funktionen.

(Verschieben, Strecken, Spiegeln, ...)

[01]  $f(x) = 3 \cdot \sin(2x-3) + 2$    [02]  $g(x) = 2 \cdot \cos(\pi \cdot x + 2\pi) - 3$



#### A.42.09 | Funktionsgleichung → Schaubild

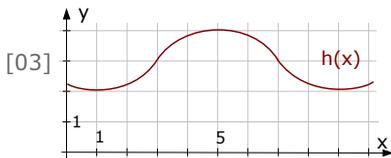
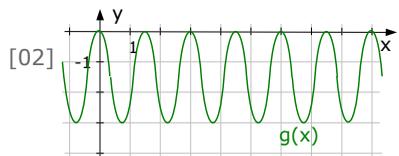
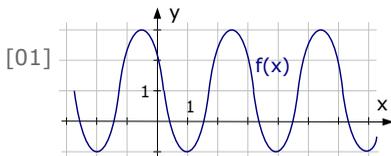
**Skizzieren** Sie das Schaubild folgender Funktionen:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(2x+4) - 1$    [02]  $g(x) = \frac{3}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x + \pi\right) + 1$   
[03]  $h(x) = 4 \cdot \sin(x-1) - 2$



#### A.42.10 | Schaubild → Funktionsgleichung

Bestimmen Sie **eine Gleichung** der folgenden Funktionen:



### A.42.11 | Funktionsanalyse

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin(0,5x) + x$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Periode, c) Extrema,  
d) Wendepunkte, e) eine Skizze.

[02]  $g(x) = 1 - (\sin(x))^2$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Nullstellen, c) Extrema  
d) eine Skizze, e) Periode.

[03]  $h(x) = 4 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$  mit  $0 \leq x \leq 2\pi$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Nullstellen, c) Extrema,  
d) Wendepunkte, e) eine Skizze, f) die Periode.



## A.43 | Gebrochen-Rationale Funktionen

### A.43.01 | Nullstellen

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{x^2-1}{2x}$

[02]  $g(x) = \frac{x+2}{x-3}$

[03]  $h(x) = -x + \frac{3}{x-2}$



### A.43.02 | Ableitungen (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Ableitungen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{x^2-1}{2x}$

[02]  $g(x) = \frac{x+2}{x-3}$

[03]  $h(x) = \frac{3+x^2}{x-2}$



### A.43.03 | Ableitungen (Herausforderungen)

Bestimmen Sie die **Ableitungen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{x^2-1}{(2+x)^3}$

[02]  $g(x) = \left(\frac{3x-1}{2+3x}\right)^2$



### A.43.04 | Stammfunktionen (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Stammfunktion** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{x^3-2x^2+6}{x^2}$

[02]  $g(x) = \frac{2}{3x-5}$

[03]  $h(x) = \frac{2}{(3x-5)^4}$



### A.43.05 | Stammfunktionen (Herausforderungen)

siehe Kap. →A.14.05 Produktintegration, →A.14.06 Integration durch Substitution,  
→A.14.07 Partialbruchzerlegung

### A.43.06 | Asymptoten (waagerechte und senkrechte)

Bestimmen Sie **waagerechte und senkrechte Asymptoten** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{x^2-1}{2x^3}$

[02]  $g(x) = \frac{x+2}{x-3}$

[03]  $h(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$

[04]  $j(x) = \frac{3x^2}{2x^2+4}$





### A.43.07 | schiefe Asymptoten / Polynomdivision

Bestimmen Sie die **schiefen Asymptoten** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2}$

[02]  $g(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 2}$

[03]  $h(x) = \frac{3x^3 - 5x^2 + 4x - 2}{x^2 + 2x}$



### A.43.08 | Funktionsgleichung → Schaubild

**Skizzieren** Sie das Schaubild folgender Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2}$

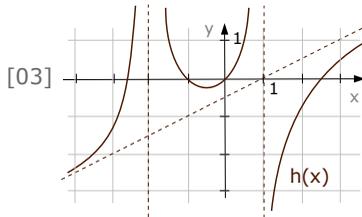
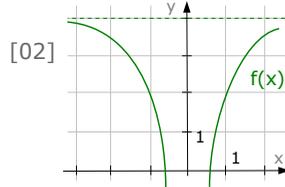
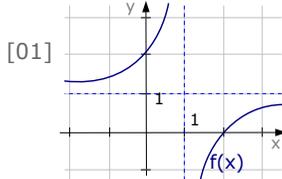
[02]  $g(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 1}$

[03]  $h(x) = \frac{x^2 - x}{(x + 2)^2 (x - 4)}$



### A.43.09 | Schaubild → Funktionsgleichung

Bestimmen Sie **eine Gleichung** der folgenden Funktionen:



### A.43.10 | Funktionsanalyse

[01]  $f(x) = \frac{2x^2 - 8x}{(x - 2)^2}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[02]  $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[03]  $h(x) = -\frac{1}{2}x + 1 - \frac{1}{x + 1}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.



## A.44 | Logarithmus-Funktionen

### A.44.01 | Definitionsmenge

Bestimmen Sie die **Definitionsmenge** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \ln(x+1)$

[02]  $g(x) = \ln(-2x)$

[03]  $h(x) = \frac{3}{\ln(2x-6)}$



### A.44.02 | Ableitungen (Basiswissen)

Bestimmen Sie eine **Ableitung** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 2 \cdot \ln(x+1)$

[02]  $g(x) = 2x - \ln(5x)$

[03]  $h(x) = -3\ln(2x+5) + 8$



### A.44.03 | Ableitungen (Herausforderungen)

Bestimmen Sie eine **Ableitung** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 3 \cdot \ln(x^5)$

[02]  $g(x) = x \cdot \ln(x)$

[03]  $h(x) = \frac{2\ln(x)-5}{3x}$



### A.44.04 | Stammfunktionen

Bestimmen Sie die **Stammfunktion** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 3 \cdot \ln(x)$

[02]  $g(x) = 3x + \ln(2x)$

[03]  $h(x) = \ln(x^4) - 2$



### A.44.05 | Gleichungen lösen

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = 3x \cdot \ln(x)$

[02]  $g(x) = -2 \cdot \ln(x-2) + 4$

[03]  $h(x) = 3x - x \cdot \ln(x)$

[04]  $j(x) = \frac{2\ln(x)-5}{3x}$

[05]  $k(x) = 2 \cdot \ln(x^2+1)$



### A.44.06 | Asymptoten

Bestimmen Sie das Verhalten von  $f(x)$  an den **Definitionsrändern**.

[01]  $f(x) = 3x - \ln(x)$

[02]  $g(x) = 3x \cdot \ln(x)$

[03]  $h(x) = x \cdot \ln(x+3)$

[04]  $j(x) = \frac{\ln(x)-2}{x}$

[05]  $k(x) = 2 \cdot \ln(x^2+1)$



### A.44.07 | Funktionsgleichung → Schaubild

**Skizzieren** Sie das Schaubild folgender Funktionen:

[01]  $f(x) = 3x - \ln(x)$

[02]  $g(x) = 3x \cdot \ln(x)$

[03]  $h(x) = x \cdot \ln(x+3)$

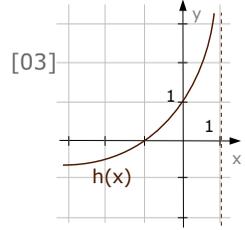
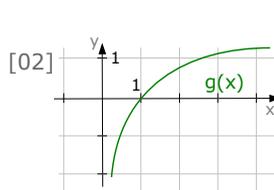
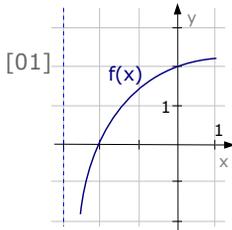
[04]  $j(x) = \frac{\ln(x)-2}{x}$

[05]  $k(x) = 2 \cdot \ln(x^2+1)$



### A.44.08 | Schaubild → Funktionsgleichung

Bestimmen Sie **eine Gleichung** der folgenden Funktionen:



### A.44.09 | Funktionsanalyse



[01]  $f(x) = \frac{\ln(x)-1}{2x}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[02]  $g(x) = x^2 \cdot \ln(-2x)$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[03]  $h(x) = x \cdot \ln(x) - 2x$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

## A.45 | Wurzel-Funktionen



### A.45.01 | Ableitungen (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Ableitungen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \sqrt{2x+1}$

[02]  $g(x) = (x+1) \cdot \sqrt{x^3}$

[03]  $h(x) = \sqrt{x^3-4x}$



### A.45.02 | Ableitungen (Herausforderung)

Bestimmen Sie die **Ableitungen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = x \cdot \sqrt{2x+1}$

[02]  $g(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{2x+1}$

[03]  $h(x) = (2\sqrt{x+3})^4$



### A.45.03 | Stammfunktion (Basiswissen)

Bestimmen Sie die **Stammfunktionen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \sqrt{2x+1}$

[02]  $g(x) = (x+1) \cdot \sqrt{x^3}$

[03]  $h(x) = \sqrt{x-4}^3$



### A.45.04 | Stammfunktion (Herausforderung)

Bestimmen Sie die **Stammfunktionen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x}}$

[02]  $g(x) = x \cdot \sqrt{2x-6}$

[03]  $h(x) = (2x-1) \cdot \sqrt{x-4}$

### A.45.05 | Nullstellen

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = x - \sqrt{2x+3}$

[02]  $g(x) = \frac{4x+6}{\sqrt{x^2+3x}}$

[03]  $h(x) = x \cdot \sqrt{2x-6}$

[04]  $i(x) = (2x-1) \cdot \sqrt{x+4}$



### A.45.06 | Asymptoten

Bestimmen Sie das **asymptotische Verhalten** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+1}} + 2$

[02]  $g(x) = x \cdot \sqrt{x+1}$

[03]  $h(x) = 3 - \sqrt{4-2x}$



### A.45.07 | Funktionsgleichung → Schaubild

**Skizzieren** Sie das Schaubild folgender Funktionen:

[01]  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$

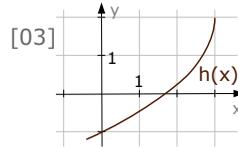
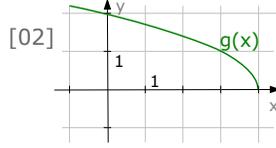
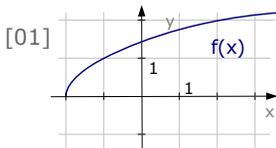
[02]  $g(x) = \sqrt{5-2x} - 1$

[03]  $h(x) = x \cdot \sqrt{4-x}$



### A.45.08 | Schaubild → Funktionsgleichung

Bestimmen Sie **eine Gleichung** der folgenden Funktionen:



### A.45.09 | Funktionsanalyse

[01]  $f(x) = x - \sqrt{2x-1}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[02]  $g(x) = x \cdot \sqrt{x+6}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[03]  $h(x) = \frac{6}{\sqrt{x^2+4}}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.



## A.46 | Ganzrationale Funktionen

### A.46.01 | Polynomdivision ; A.46.02 | Horner-Schema

Bestimmen Sie die **Nullstellen** der folgenden Funktionen:

[01]  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

[02]  $g(x) = 2x^3 - 6x^2 - 12x + 16$

[03]  $h(x) = 3x^3 - 2x^2 - 23x + 30$





### A.46.03 | Zerlegung in Linearfaktoren

Zerlegen Sie  $f(x)$  in **Linearfaktoren**:

[01]  $f(x) = x^3 - 4x$

[02]  $g(x) = x^4 - 10x^3 + 25x^2$

[03]  $h(x) = \frac{1}{2} \cdot x^3 + 2x^2 - 6x$

[04]  $i(x) = 2x^3 - 6x^2 - 12x + 16$



### A.46.04 | Polynome über Nullstellen aufstellen

Stellen Sie **eine Gleichung** der Funktion  $f(x)$  auf, von welcher Folgendes bekannt ist:

[01]  $N_1(2|0)$ ,  $N_2(-1|0)$ ,  $N_3(3|0)$ ,  $P(0|-2)$

[02]  $N_{1,2}(-1|0)$ ,  $N_3(1|0)$ ,  $P(2|4)$

[03] Eine Parabel fünfter Ordnung hat eine doppelte Nullstelle bei  $N_{1,2}(3|0)$  und je eine einfache Nullstellen bei  $N_3(0|0)$  und  $N_{4,5}(\pm 1|0)$ . Der Kurvenpunkt  $\check{A}(-2|-6)$  sei bekannt.

### A.46.05 | Steckbriefaufgaben

Stellen Sie **eine Gleichung** der Funktion  $f(x)$  auf, von welcher Folgendes bekannt ist:

[01] Eine quadratische Parabel berührt die  $x$ -Achse bei 3 und schneidet die  $y$ -Achse bei 6. Bestimmen Sie die Parabelgleichung.

[02] Eine Parabel 3. Ordnung hat bei  $W(0|2)$  eine Wendetangente mit der Steigung  $m = -2$  und enthält den Punkt  $P(2|4)$ . Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel.

[03] Eine Gleichung dritten Grades ist punktsymmetrisch zum Ursprung und hat bei  $H(2|4)$  einen Hochpunkt. Bestimmen Sie die zugehörige Gleichung.

[04] Die Form einer geplanten Straße kann durch  $s(x) = ax^2 + b$  beschrieben werden und soll an der Stelle  $x = 2$  knickfrei in eine bereits vorhandene Straße einmünden, die durch die Gleichung  $f(x) = -x^2 + 6x - 8$  dargestellt werden kann. Bestimmen Sie die Gleichung der gesuchten Funktion  $s(x)$ .

[05] Ein neues Stück einer Minigolfbahn soll durch eine zur  $y$ -Achse symmetrischen Parabel vierter Ordnung moduliert werden. Es soll an der Stelle  $x = -1$  ruckfrei in die bereits vorhandene Minigolfbahn übergehen, welche ganz gut durch die Funktion  $m(x) = x^3 + 4x^2 + 11x + 8$  angenähert werden kann.

Bestimmen Sie bitte, bitte die Gleichung der gesuchten Funktion.



### A.46.06 | Funktionsgleichung → Schaubild

**Skizzieren** Sie das Schaubild folgender Funktionen:

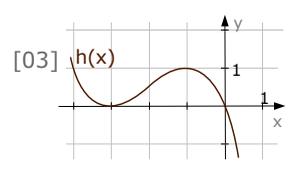
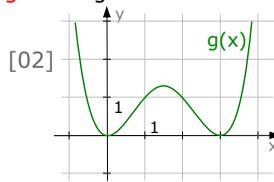
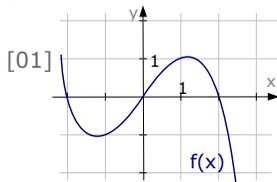
[01]  $f(x) = x^3 - 4x$

[02]  $g(x) = 0,5x^3 - 6x^2 + 18x$

[03]  $h(x) = -0,25x^4 + 4x^2$

### A.46.07 | Schaubild → Funktionsgleichung

Bestimmen Sie **eine Gleichung** der folgenden Funktionen:



# Ergebnisse

[A.41.01]

[01]  $x = \frac{1}{2} \cdot \ln(4)$

[02]  $x = -\frac{1}{3} \cdot (\ln(3) - 1)$

[03] keine Lösung

[04]  $x_{1,2} = 0$

[05]  $x = 2\ln(2) - 2$

[06]  $x = -2$

[A.41.02]

[01]  $x = \ln(4)$

[02]  $x = -\frac{1}{3} \cdot \ln(6)$

[03]  $x_1 = 0, x_2 = \ln(3)$

[04]  $x_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot \ln(3)$

[05]  $x = \frac{1}{3} \cdot \ln(2)$

[06]  $x = 0$

[A.41.03]

[01]  $f'(x) = 2e^{2x} - 4e^x$   
 $f''(x) = 4e^{2x} - 4e^x$

[02]  $g'(x) = -1,5e^{-6x} + e^{x+1}$   
 $g''(x) = 9e^{-6x} + e^{x+1}$

[03]  $h_t'(x) = -e^{-x+t} + 2t$   
 $h_t''(x) = e^{-x+t}$

[04]  $f'(x) = 2e^{2x} + 2e$   
 $f''(x) = 4e^{2x}$

[05]  $g_t'(x) = -\frac{1}{2} \cdot t \cdot e^{-2tx} + 2te^x$   
 $g_t''(x) = t^2 \cdot e^{-2tx} + 2te^x$

[06]  $h'(x) = -4e^{0,5x} + e^x$   
 $h''(x) = -2e^{0,5x} + e^x$

[A.41.04]

[01]  $f'(x) = e^{-6+x} \cdot (3+x)$

[02]  $g'(x) = e^{2x+1} \cdot (6x+7)$

[03]  $h'(x) = e^{-x+3} \cdot (2x-x^2)$

[04]  $f'(x) = 2e^{2x} - 5e^{-x}$

[05]  $g'(x) = \frac{3e^x}{(e^x+1)^2}$

[06]  $h'(x) = \frac{2x}{e^{2x}+4} - \frac{2(x^2+1)e^{2x}}{(e^{2x}+4)^2}$

oder  $h'(x) = \frac{e^{2x} \cdot (-2x^2 + 2x - 2) + 8x}{(e^{2x}+4)^2}$

[A.41.05]

[01]  $F(x) = 1,5e^{2x} + 5x$

[02]  $G(x) = -4e^{-x+1} - \frac{1}{2} \cdot e^{2x} + x^2$

[03]  $H(x) = \frac{2}{3}e^{3x} + 4e^x$

[A.41.06]

[01]  $F(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} - 5e^{-x}$

[02]  $G(x) = e^{2x} \cdot (x+1)$

[03]  $H(x) = e^{-x+3} \cdot (-x^2 - 2x - 2) + 2x^3$

[04]  $F(x) = 2 \cdot \ln|e^x + 3|$

[05]  $G(x) = \frac{1}{9} \cdot (e^{3x} - 7)^3$

[06]  $H(x) = 2e^{x^2-2}$

[A.41.07]

- [01]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -5,$
- [02]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty,$
- [03]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0,$
- [04]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty,$
- [05]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty,$
- [06]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty,$

- waag. Asy. bei  $y = -5$
- waag. Asy. bei der x-Achse
- waag. Asy. bei der x-Achse
- waag. Asy. bei der x-Achse
- schiefe Asy. bei  $y = -2x + 3$
- schiefe Asy. bei  $y = x - 5$

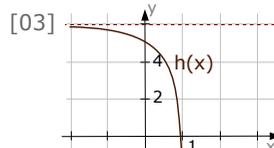
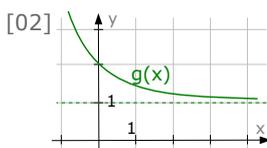
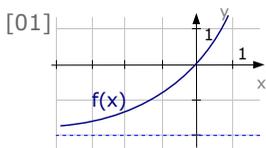
[A.41.08]

- [01]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 2, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0,$
- [02]  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 2, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -3/4,$

- zwei waag. Asy. bei  $y = 2$  und bei  $y = 0$
- zwei waag. Asy. bei  $y = 2$  und bei  $y = 0,$
- eine senkrechte Asy. bei  $x = \ln(4).$
- eine waag. Asy. bei der x-Achse

[03]  $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0,$

[A.41.09]



[A.41.10]

[01]  $a=-1, b=2$

[02]  $a = \frac{1}{3} \cdot \ln(4), b=1$

[03]  $a=2, b=0$

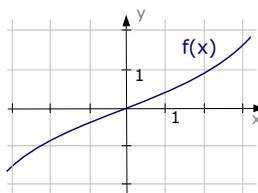
[A.41.11]

[01] a)  $f'(x)=0,2 \cdot e^{0,4x} + 0,2e^{-0,4x}$   
 $f''(x)=0,08 \cdot e^{0,4x} - 0,08e^{-0,4x}$   
 $f'''(x)=0,032 \cdot e^{0,4x} + 0,032e^{-0,4x}$

b) Punktsymmetrie zum Ursprung

c) N(0|0) d) H- T- e) W(0|0)

f)  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$



[02] a)  $g'(x)=e^{-0,5x} \cdot (-x-1)$

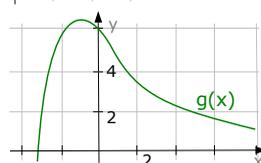
$g''(x)=e^{-0,5x} \cdot (0,5x-0,5)$

$g'''(x)=e^{-0,5x} \cdot (-0,25x+0,75)$

b) keine Symmetrie

c) N(-3|0) d) H(-1|4e<sup>0,5</sup>) e) W(1|8e<sup>-0,5</sup>)

f)  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$



[03] a)  $h'(x)=-2e^{0,5x} + 0,5e^x$

$h''(x)=-e^{0,5x} + 0,5e^x$

$h'''(x)=-0,5e^{0,5x} + 0,5e^x$

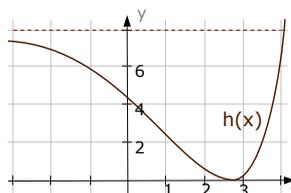
b) keine Symmetrie

c)  $N(2\ln(4)|0) = N(\ln(16)|0) \approx N(2,77|0)$

d)  $T(2\ln(4)|0) = T(\ln(16)|0) \approx T(2,77|0)$

e)  $W(2\ln(2)|2) = W(\ln(4)|2) \approx W(1,39|2)$

f)  $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 8$



[A.42.01]

[01]  $\text{Per} = \frac{2}{3} \cdot \pi$

[02]  $\text{Per} = 4$

[03]  $\text{Per} = \frac{5}{2} \cdot \pi$

[A.42.02]

[01]  $x_1=0, x_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi$  [bzw.  $x_1 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot n, x_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi + \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot n$  bzw.  $x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot n$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ]

[02]  $x=-1$  [bzw.  $x=-1+n \cdot 2\pi$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ]

[03]  $x_1 = \frac{3}{\pi}, x_2 = -\frac{3}{\pi} + 1$  [bzw.  $x_1 = -\frac{3}{\pi} + 2n, x_2 = -\frac{3}{\pi} + 1 + 2n$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ]

[04]  $x_1=0, x_2=\pi, x_3=2\pi$ , [bzw.  $x=n \cdot \pi$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ]

[05]  $x_1 = -\frac{1}{4} \cdot \pi, x_2 = -\frac{3}{4} \cdot \pi$  [bzw.  $x_1 = -\frac{1}{4} \cdot \pi + n \cdot \pi, x_2 = -\frac{3}{4} \cdot \pi + n \cdot \pi$  bzw.  $x = -\frac{1}{4} \cdot \pi + \frac{n}{2} \cdot \pi$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ]

[06]  $x=\pi$  [bzw.  $x=\pi+n \cdot 2\pi$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ ]

[A.42.03]

[01]  $\text{Per} = \frac{2}{3} \cdot \pi, \quad x_1 = -0,173 \quad x_2 = 1,221$

[02]  $x_1 = -1,277 + n \cdot 2\pi \quad x_2 = -2,723 + n \cdot 2\pi$

[03]  $x_1 = -38,7 \quad x_2 = 7,3 \quad x_3 = 24,1 \quad x_4 = -55,5$

[A.42.04]

[01]  $f(x) = 6 \cdot \cos(3x)$    [02]  $g'(x) = -\frac{3\pi}{10} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x + 1\right)$    [03]  $h'(x) = -\frac{72}{5} \cdot \cos\left(\frac{4}{5} \cdot (x-2)\right)$

[A.42.05]

[01]  $f'(x) = 6 \cdot \cos(3x)$

[02]  $g'(x) = \sin(0,5x) \cdot \cos(0,5x) - 0,5 \cdot \cos(0,5x)$

[03]  $h'(x) = 2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$

[04]  $j'(x) = \cos(x) \cdot [1 - \cos(2x)] + 2\sin(x) \cdot \sin(2x)$

[A.42.06]

[01]  $F(x) = -\frac{2}{3} \cdot \cos(3x) + x$

[02]  $G(x) = 4\sin(x+2) - 3x$

[03]  $H(x) = -30 \cdot \cos(0,1x + \pi) + 0,5x^4$

[A.42.07]

[01]  $F(x) = -\cos(x)$

[02]  $G(x) = -0,5x \cdot \cos(2x) + 0,25 \cdot \sin(2x)$

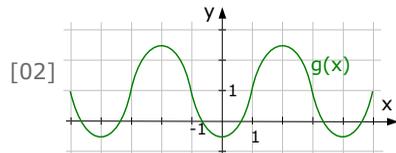
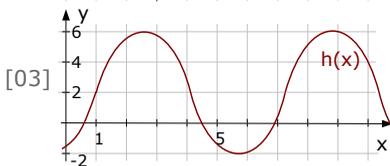
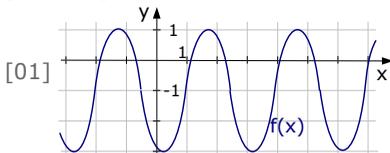
[03]  $H(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin^2(x)$  oder  $H(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos^2(x)$

[A.42.08]

[01] um Faktor 3 in y-Richtung gestreckt [Amplitude ist 3],  
um Faktor 2 in x-Richtung gestaucht [oder: Periode von  $2\pi$  auf  $\pi$  gekürzt],  
um 2 nach oben verschoben,  
um 1,5 nach rechts verschoben.

[02] um Faktor 2 in y-Richtung gestreckt [Amplitude ist 2],  
um Faktor  $\pi$  in x-Richtung gestaucht [oder: Periode von  $2\pi$  auf 2 gekürzt],  
um 3 nach unten verschoben,  
um 2 nach links verschoben.

[A.42.09]



[A.42.10]

[01]  $f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3} \cdot (x-1,75)\right) + 1$  oder  $f(x) = 2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot (x-2,5)\right) + 1$  oder ...

[02]  $g(x) = 1,5 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3} \cdot (x-1,125)\right) - 1,5$  oder  $g(x) = 1,5 \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3} \cdot x\right) - 1,5$  oder ...

[03]  $h(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot (x-3)\right) + 3$  oder  $h(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot (x-5)\right) + 3$  oder ...

[A.42.11]

[01] a)  $f'(x) = \cos(0,5x) + 1$

$f''(x) = -0,5 \cdot \sin(0,5x)$

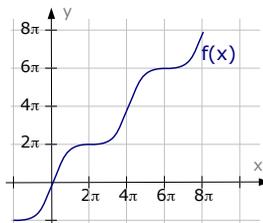
$f'''(x) = -0,25 \cdot \sin(0,5x)$

b) Periode =  $4\pi$ .

c) H--, T--,

d)  $W_1(n \cdot 4\pi | n \cdot 4\pi)$

$SP = W_2(2\pi + n \cdot 4\pi | 2\pi + n \cdot 4\pi)$  mit  $n \in \mathbb{Z}$



[02] a)  $g'(x) = -2\sin(x) \cdot \cos(x)$

$g''(x) = -2\sin^2(x) + 2\cos^2(x) = 4\cos^2(x) - 2 = -4\sin^2(x) + 2$

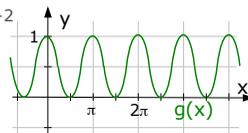
$g'''(x) = -8 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$

b)  $N_1(0, 5\pi + n \cdot 2\pi | 0)$   $N_2(1, 5\pi + n \cdot 2\pi | 0)$

oder zusammengefasst:  $N(0, 5\pi + n \cdot \pi | 0)$

c)  $T(0, 5\pi + n \cdot \pi | 0)$ ,  $H(n \cdot \pi | 1)$

e) Periode =  $4\pi$ .



[03] a)  $h'(x) = 4\cos^2(x) - 4\sin^2(x) = 4 - 8\sin^2(x) = -4 + 8\cos^2(x)$

$h''(x) = -16\sin(x) \cdot \cos(x)$

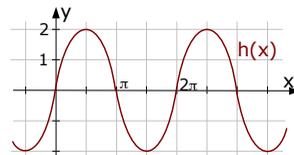
$h'''(x) = -16\cos^2(x) + 16\sin^2(x) = \dots$

b)  $N_1(0 | 0)$   $N_2(0, 5\pi | 0)$   $N_3(\pi | 0)$   $N_4(1, 5\pi | 0)$   $N_5(2\pi | 0)$

c)  $H_1(0, 78 | 2)$   $H_2(3, 92 | 2)$   $T_1(2, 36 | -2)$   $T_2(5, 5 | -2)$

d) Wendepunkte sind die Nullstellen

f) Periode =  $\pi$ .



[A.43.01]

[01]  $x_{1,2} = \pm 1$

[02]  $x = -2$

[03]  $x_1 = -1$   $x_2 = 3$

[A.43.02]

[01]  $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} = \frac{x^2+1}{2x^2}$

[02]  $g'(x) = \frac{-5}{(x-3)^2}$

[03]  $h'(x) = \frac{x^2-4x-3}{(x-2)^2}$

[A.43.03]

[01]  $f'(x) = \frac{-x^2+4x+3}{(2+x)^4}$

[02]  $g'(x) = \frac{18 \cdot (3x-1)}{(2+3x)^3}$

[A.43.04]

[01]  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{6}{x}$

[02]  $G(x) = \frac{2}{3} \cdot \ln|3x-5|$

[03]  $H(x) = \frac{-2}{9(3x-5)^3}$

[A.43.06]

[01] senkrecht:  $x=0$

waagrecht:  $y=0$

[02] senkrecht:  $x=3$

waagrecht:  $y=1$

[03] senkrecht:  $x=\pm 2$

waagrecht:  $y=0$

[04] senkrecht: keine

waagrecht:  $y = \frac{3}{2}$

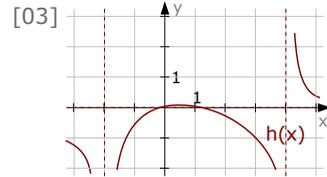
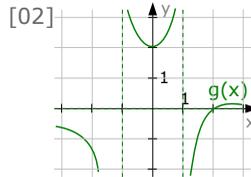
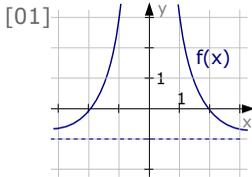
[A.43.07]

[01]  $y=x-3$

[02]  $y=x+2$

[03]  $y=3x-11$

[A.43.08]



[A.43.09]

[01]  $f(x) = \frac{-1}{x-1} + 1$

[02]  $g(x) = \frac{-2}{x^2} + 4$

[03]  $h(x) = \frac{-2}{(x+2)^2(x-1)} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

[A.43.10]

[01] a)  $f'(x) = \frac{16}{(x-2)^3}$ ,  $f''(x) = \frac{-48}{(x-2)^4}$ ,  $f'''(x) = \frac{192}{(x-2)^5}$

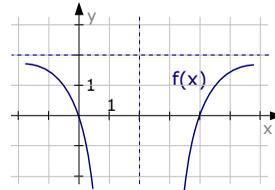
b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

c) senkrechte Asy (ohne VZW):  $x=2$ ,  
waagerechte Asy:  $y=2$

d)  $N_1(0|0)$   $N_2(4|0)$

e) keine Extrema

f) keine Wendepunkte



[02] a)  $g'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3}$ ,  $g''(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{9}{x^4}$ ,  $g'''(x) = -\frac{6}{x^4} + \frac{36}{x^5}$

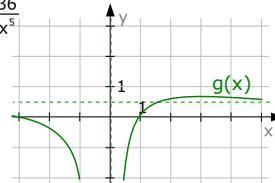
b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

c) senkrechte Asy (ohne VZW):  $x=0$ ,  
waagerechte Asy:  $y = \frac{1}{2}$

d)  $N_1(1|0)$   $N_2(-3|0)$

e)  $H(3|\frac{2}{3})$

f)  $W(4,5|0,65)$



[03]  $h'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{(x+1)^2}$ ,  $h''(x) = \frac{-2}{(x+1)^3}$ ,  $h'''(x) = \frac{6}{(x+1)^4}$

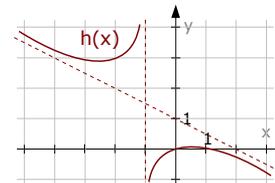
b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

c) senkrechte Asy (mit VZW):  $x=-1$ ,  
schiefe Asy:  $y = -\frac{1}{2}x + 1$

d)  $N_1(0|0)$   $N_2(1|0)$

e)  $H(0,41|0,086)$ ,  $T(-2,41|2,91)$

f)  $W--$



[A.44.01]

[1]  $D = \{x | x > -1\}$

andere Schreibweise:

$D = ]-1; \infty[$  ;  $D = (-1; \infty)$

[2]  $D = \mathbb{R}^-$

andere Schreibweise:

$D = \{x | x < 0\}$  ;  $D = ]-\infty; 0[$  ;  $D = (-\infty; 0)$

[3]  $D = \{x | x > 3; x \neq 3,5\}$

andere Schreibweise:

$D = ]3; 3,5[ \cup ]3,5; \infty[$  ;  $D = (3; 3,5) \cup (3,5; \infty)$

[A.44.02]

$$[01] f'(x) = \frac{2}{x+1}$$

$$[02] g'(x) = 2 - \frac{1}{x}$$

$$[03] h'(x) = \frac{-6}{2x+5}$$

[A.44.03]

[01]  $f'(x) = \frac{15}{x}$

[02]  $g'(x) = \ln(x) + 1$

[03]  $h'(x) = \frac{7 - 2\ln(x)}{x^2}$

[A.44.04]

[01]  $f(x) = 3x \cdot \ln(x) - 3x$  [02]  $G(x) = \frac{3}{2}x^2 + \ln(2) \cdot x + x \cdot \ln(x) - x$  [03]  $H(x) = 4x \cdot \ln(x) - 6x$

[A.44.05]

[01]  $N(0|0)$  [02]  $N(e^2+2|0)$  [03]  $N(e^3|0)$  [04]  $N(e^{2,5}|0)$  [05]  $N(0|0)$

[A.44.06]

[01]  $x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$   $x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$

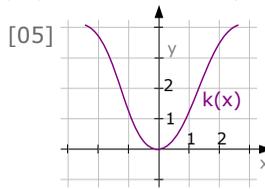
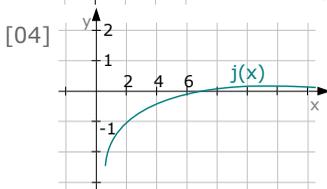
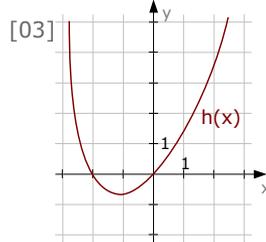
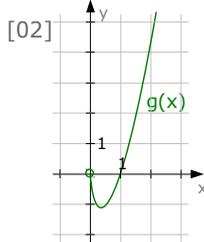
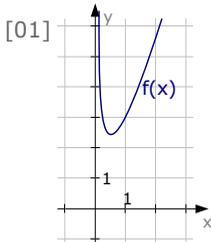
[02]  $x \rightarrow 0 \Rightarrow g(x) \rightarrow 0$   $x \rightarrow \infty \Rightarrow g(x) \rightarrow \infty$

[03]  $x \rightarrow -3 \Rightarrow h(x) \rightarrow \infty$   $x \rightarrow \infty \Rightarrow h(x) \rightarrow \infty$

[04]  $x \rightarrow 0 \Rightarrow j(x) \rightarrow -\infty$   $x \rightarrow \infty \Rightarrow j(x) \rightarrow 0$

[05]  $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow k(x) \rightarrow \infty$

[A.44.07]



[A.44.08]

[01]  $f(x) = \frac{2}{\ln(2)} \cdot \ln(x+2) \approx 2,8 \cdot \ln(x+2)$

[02]  $g(x) = \ln(x)$  [evtl. auch  $g(x) = 0,5 \cdot \ln(x)$  oder  $g(x) = 2 \cdot \ln(x)$ ]

[03]  $h(x) = \frac{1}{\ln(0,5)} \cdot \ln\left(-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) \approx -1,4 \cdot \ln(-0,5x + 0,5)$

[A.44.09]

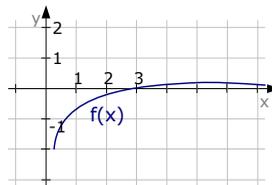
[01] a)  $f'(x) = \frac{-\ln(x)+2}{2x^2}$ ,  $f''(x) = \frac{2\ln(x)-5}{2x^3}$

b)  $D = \mathbb{R}^+$

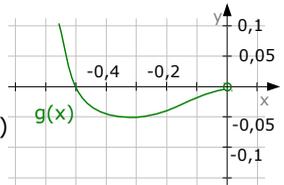
c) senkrechte Asy: y-Achse

$x \rightarrow 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$   $x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow 0$

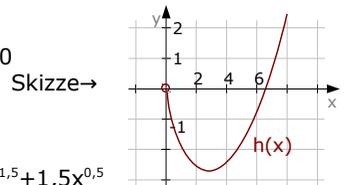
d)  $N(e|0)$  e)  $H\left(e^2 \mid \frac{1}{2e^2}\right)$  f)  $W\left(e^{2,5} \mid \frac{3}{4e^{2,5}}\right)$



- [02] a)  $g'(x)=2x \cdot \ln(-2x)+x$ ,  $g''(x)=2 \cdot \ln(-2x)+3$   
 b)  $\mathbf{D}=\mathbb{R}^+$  c) senkrechte Asy: y-Achse  
 $x \rightarrow -\infty \Rightarrow g(x) \rightarrow \infty$   $x \rightarrow 0 \Rightarrow g(x) \rightarrow 0$   
 d)  $N(-0,5|0)$  e)  $T\left(-\frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{2}} \mid -\frac{1}{8} \cdot e^{-1}\right) \approx T(-0,3 \mid -0,05)$   
 f)  $W\left(-\frac{1}{2} \cdot e^{-3/2} \mid -\frac{3}{8} \cdot e^{-3}\right) \approx W(-0,11 \mid -0,02)$



- [03] a)  $h'(x)=\ln(x)-1$ ,  $h''(x)=\frac{1}{x}$  b)  $\mathbf{D}=\mathbb{R}^+$   
 c) keine Asy.,  $x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$   $x \rightarrow 0 \Rightarrow h(x) \rightarrow 0$   
 d)  $N(e^2|0)$  e)  $T(e|e)$  f)  $W--$



[A.45.01]

[01]  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}} = (2x+1)^{-0,5}$  [02]  $g'(x) = 2,5x^{1,5} + 1,5x^{0,5}$

[03]  $h'(x) = 0,5 \cdot (x^3-4x)^{-0,5} \cdot (3x^2-4) = \frac{3x^2-4}{2 \cdot \sqrt{x^3-4x}}$

[A.45.02]

[01]  $f'(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{x}{\sqrt{2x+1}} = \frac{3x+1}{\sqrt{2x+1}}$  [02]  $g'(x) = \frac{-2x-11}{2 \cdot (2x+1)^2 \cdot \sqrt{x+3}}$  [03]  $h'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} \cdot (2\sqrt{x}+3)^3$

[A.45.03]

[01]  $F(x) = \frac{1}{3} \sqrt{(2x+1)^3}$  [02]  $G(x) = \frac{2}{7} \sqrt{x^7} - \frac{2}{5} \sqrt{x^5}$  [03]  $H(x) = \frac{2}{5} \sqrt{(x-4)^5}$

[A.45.04]

[01]  $F(x) = 4\sqrt{x^2+3x}$  [über Substitution]  
 [02]  $G(x) = \left(\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}\right) \cdot \sqrt{(2x-6)^3}$  [über Produktintegration]  
 [03]  $H(x) = \left(\frac{4}{5}x + \frac{22}{15}\right) \cdot \sqrt{(x-4)^3}$  [über Produktintegration]

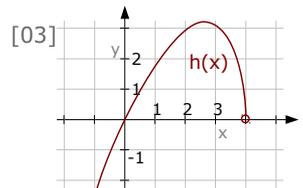
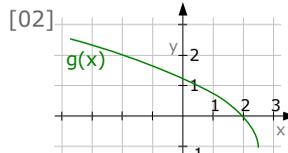
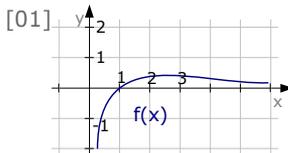
[A.45.05]

[01]  $N(3|0)$  [bei  $x=-1$  stimmt die Probe nicht] [02]  $N(-1,5|0)$   
 [03]  $N(3|0)$  [ $x=0$  ist nicht in Definitionsmenge] [04]  $N_1(0,5|0)$   $N_2(-4|0)$

[A.45.06]

- [01] senkrechte Asy. bei  $x=-1$  [ $x \rightarrow -1 \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$ ], waagerechte Asy. bei  $y=2$   
 [02]  $x \rightarrow \infty \Rightarrow g(x) \rightarrow \infty$ ,  $x \rightarrow -1 \Rightarrow g(x) \rightarrow 0$  [keine Asymptoten]  
 [03]  $x \rightarrow -\infty \Rightarrow h(x) \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow 2 \Rightarrow h(x) \rightarrow 3$  [keine Asymptoten]

[A.45.07]



[A.45.08]

[01]  $f(x) = \sqrt{x+2}$

[02]  $g(x) = \sqrt{4-x}$

[B3]  $h(x) = -\sqrt{3} \cdot \sqrt{3-x} + 2$

[A.45.09]

[01] a)  $f(x) = x - \sqrt{2x-1}$   $f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ ,  $f''(x) = \frac{1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$

b)  $D = \{x | x \geq 0,5\} = [0,5; \infty[$

c) keine Asymptoten.

$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$   $x \rightarrow 0,5 \Rightarrow f(x) \rightarrow 0,5$

d) N(1|0) e) T(1|0) f) W--

[02]  $g(x) = x \cdot \sqrt{x+6}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[03]  $h(x) = \frac{6}{\sqrt{x^2+4}}$

Bestimmen Sie: a) Ableitungen, b) Definitionsmenge, c) Asymptoten  
d) Nullstellen, e) Extrema, f) Wendepunkte, g) eine Skizze.

[A.46.01], [A.46.02]

[01]  $N_1(-1|0)$ ,  $N_{2,3}(2|0)$

[02]  $N_1(-2|0)$ ,  $N_2(1|0)$ ,  $N_3(4|0)$

[03]  $N_1(-3|0)$ ,  $N_2(2|0)$ ,  $N_3(5/3|0)$

[A.46.03]

[01]  $f(x) = x \cdot (x-2) \cdot (x+2)$

[02]  $g(x) = x^2 \cdot (x-5)^2$

[03]  $h(x) = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (x-2) \cdot (x+6)$

[04]  $i(x) = 2(x+2)(x-1)(x-4)$

[A.46.04]

[01]  $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot (x-2) \cdot (x+1) \cdot (x-3)$

[02]  $f(x) = -\frac{4}{3} \cdot (x-1) \cdot (x+1)$

[03]  $f(x) = \frac{1}{25} \cdot x \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x-3)^2$

[A.46.05]

[01]  $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 4x + 6$

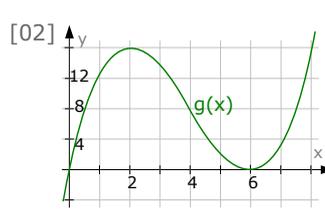
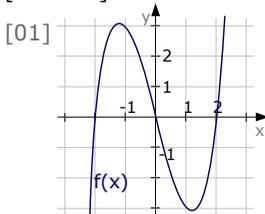
[02]  $f(x) = \frac{3}{4}x^3 - 2x + 2$

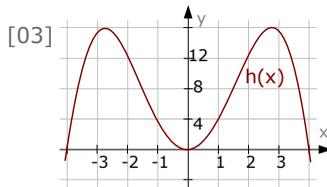
[03]  $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 3x$

[04]  $s(x) = 0,5x^2 - 2$

[05]  $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

[A.46.06]



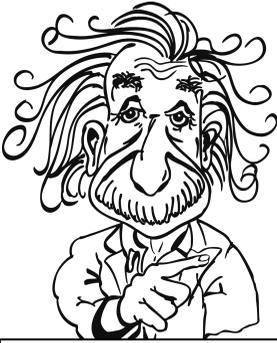


[A.46.07]

$$[01] f(x) = -\frac{1}{3}x \cdot (x+2) \cdot (x-2) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x$$

$$[02] g(x) = \frac{1}{4}x^2 \cdot (x-3)^2 = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{9}{4}x^2$$

$$[03] h(x) = -\frac{1}{4}x \cdot (x+3)^2 = -\frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x$$



Damit die Mathe-Seite.de kostenlos  
bleiben kann, braucht sie deine Hilfe!

**Bitte empfehl  
die Mathe-Seite  
deinen Freunden.**

**h[x]=**

mathe-seite.de

**facebook.com/matheseite**  
**Danke!**





Kurven-  
diskussionen ...

... führt man  
nicht nur unter  
echten Männern.



Kostenlose Videos  
mit Rechenwegen  
auf **Mathe-Seite.de**



Kostenlose Videos  
mit Rechenwegen  
auf **mathe**  **seite**.de